東京大学大学院
新領域創成科学研究科
基盤科学研究系

受験番号					

問題冊子にも受験番号を書きなさい。

先端エネルギー工学専攻

平成３０（２０１８）年度大学院入学試験問題

修士課程・博士後期課程共通

物　理　学

平成２９年８月２２日（火）

１３：３０～１６：３０（１８０分）

<u>注意事項</u>

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子の総ページ数は１０ページです。落丁，乱丁，印刷不鮮明な箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答には，必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
4. 問題は３題出題されます。２題選択して解答しなさい。
5. 解答用紙は計２枚配られます。解答する問題ごとに必ず１枚の解答用紙を使用しなさい。解答用紙に書ききれないときは，裏面にわたってもよい。
6. 解答は日本語または英語で記入しなさい。
7. 解答用紙上方の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入しなさい。問題冊子にも受験番号を記入しなさい。
8. 計算用紙は本冊子から切り離さないこと。
9. 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする。
10. 解答用紙および問題冊子は持ち帰ってはいけません。

（計算用紙）

第１問（物理学）

鉛直面 xy 内に原点 O を通過する曲線 S があり，その上に質点（質量 m）を置いた時，質点は重力により曲線 S から抗力を受ける．水平方向を x 軸，鉛直上向き方向を y 軸，重力加速度を g は$-y$ 軸方向とする．時間 t とし，図１のように $t=0$ の時，質点は原点 O から x 軸方向に速さ v_0（>0）で出発する．以下の問いに答えよ．ただし，曲線 S は滑らかで，以下の設問中の微分係数はすべて計算でき，摩擦は無いものとする．

曲線 S を中心$(0, -a)$，半径 a の円で与える．

（問１）　位置(x, y)における質点の速さ v を求めよ．

（問２）　曲線 S の法線方向に関する質点の運動方程式から導出できる抗力 N を v_0, m, a, g, y を使って表せ．

鉛直面 xy 内において，原点 O を通過する任意の滑らかな曲線 S 上を動く質点について考える．

（問３）　原点 O から曲線 S に沿った距離を s，曲線上の微小区間を ds，質点位置での x 軸と曲線 S の接線との成す角をθ（反時計方向を正）とする．この時，$dx/ds, dy/ds$ をθにより表せ．

（問４）　x と y 方向の運動方程式をそれぞれ示せ．ここで，曲線上の質点が受ける抗力の大きさを N_1 とする．

（問５）　ds, dx/ds, dy/ds, d^2x/ds^2, d^2y/ds^2 を $x, y, dx, dy, dy/dx$ のうち必要なものを使って示せ．

（問６）　抗力 N_1 を $v_0, m, g, x, y, dx, dy, dy/dx, d^2y/dx^2$ のうち必要なものを使って示せ．

（問７）　（問６）で得られた抗力 N_1 は，（問２）において曲線 S を中心$(0, -a)$，半径 a の円で与えた時の抗力 N に一致することを示せ．

曲線 S を $y=1-\cosh(x)$ で与える．

（問８）　この時，原点 O から x 軸方向に速さ v_0 で出発した質点が曲線から離れる条件とその時の x の値を求めよ．

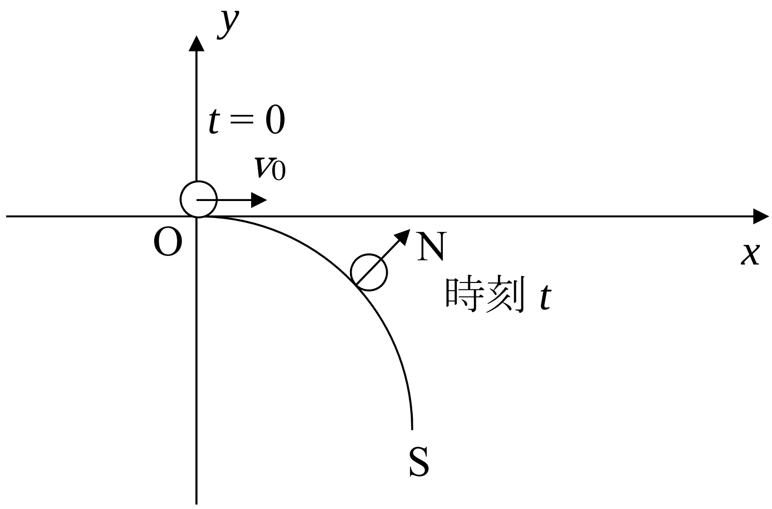

図 1

第２問（物理学）

直線導体に流れる電流が作る磁界とその電磁現象について，以下の問いに答えよ．ただし，導体と空間の透磁率はμ_0（真空の透磁率）とする．

半径 a の円断面無限長直線導体に電流が流れている．

（問１）直流電流 I が導体断面に一様に流れているとき，この電流が作る磁界の磁束密度分布を求め，そのグラフを描け．縦軸を磁束密度 B，横軸を導体の中心軸からの距離 r とする．

（問２）導体単位長さ当たりの導体内部の磁界のエネルギーW_{in} から，$W_{in} = (1/2)l_i I^2$ の関係式を使って求められる l_i を内部インダクタンスと呼ぶ．（問１）の導体の内部インダクタンスを求めよ．

（問３）次の(a)と(b)のような十分に大きな平板の上，距離 h の位置に平板に平行にこの直線導体があり，交流電流が流れている．

(a) 交流電流の周波数と平板の導電率が十分に大きい場合

(b) 平板の透磁率と抵抗率が十分に大きい場合

それぞれについて，電流がゼロでない瞬間の磁束線の概形を描け．また，この直線導体に働く単位長さ当たりの電磁力の大きさと向きを求めよ．ただし，ここでは導体の半径は h に比べて十分に小さく，導体に流れる電流を線電流と考えてよい．

図１に示すように，導電率σ，厚さδ の十分に大きな導体板の上，距離 h の位置に，導体板に平行に無限長直線導体があり，直流電流 I が流れている．その直線導体が一定速度 v で，電流に垂直で導体板に平行な方向に動いている．ただし，導電率σは導体板の中で一様であり，直線導体が動く方向を x，導体板に垂直な方向を y とすると，電流の方向が z である．

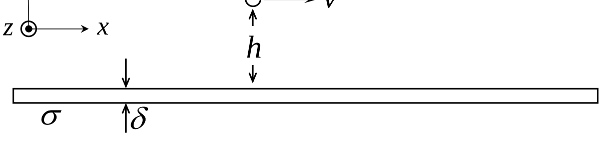

図１

（問４）直線導体に固定された座標系 XYZ から見ると，導体板が X 方向に速度$-v$ で動いて見える．直線電流が作る磁界と導体板の速度$-v$ によって導体板中に発生する電界 E_1 および電流密度 J_1 の分布を X の関数として求めよ．ただし，導体板は薄く，電界 E_1 と電流密度 J_1 は導体板の厚さ方向（Y 方向）に一定とし，また，直線導体の位置を $X=0$ とする．

（問５）導体板に誘導される電流の分布は，（問４）で求めた電流（電流密度 J_1）に，その電流（電流密度 J_1）によって導体板に誘導される電流（電流密度 J_2）を加えた分布（電流密度 $J=J_1+J_2$）になり，直線導体に働く電磁力 F_x と F_y は次式で表されることが知られている．

$$F_x(v) = -\frac{w}{v} F_y(v)$$

$$F_y(v) = F_0 \frac{v^2}{w^2+v^2}$$

ただし，F_0 は v が十分に大きいときの F_y であり，w は $2/(\mu_0\sigma\delta)$ である．横軸を v/w として，電磁力 F_x と F_y の速度依存性のグラフの概形を描き，なぜこれらの式とグラフで与えられる特性になるのかを電磁気学的に説明せよ．定性的な説明でよい．

第３問（物理学）

理想気体および気体と液体の間の相変化について以下の問いに答えよ．気体定数は R [J/(mol K)]，圧力は p [Pa]，温度は T [K]，密度はρ [kg/m^3]，体積は V [m^3]とする．

（問１）　理想気体 A と B の混合気体を考える．それぞれの分子量は M_{A}，M_{B} である．A の密度をρ_{A}，B の密度をρ_{B}，混合気体の密度を$\rho_{\mathrm{m}} = \rho_{\mathrm{A}} + \rho_{\mathrm{B}}$ とし，A の質量分率を C_{A} とする．混合気体の状態方程式を

$$p = \rho_{\mathrm{m}} Z\, T$$

と書いたとき，Z [J/(kg K)]を R，M_{A}，M_{B}，C_{A} で表せ.

（問２）　理想気体で満たされた閉じた系に熱量 Q [J]が加えられた．このとき，気体のエントロピーS [J/K]と内部エネルギーU [J]および体積の変化について，以下の関係を熱力学の第１法則および第２法則から導け.

$$T\, dS \geq dU + p\, dV$$

ギブスの自由エネルギーG [J]は下式で定義される.

$$G = U - T\, S + p\, V$$

この系で温度と圧力が一定に保たれているのであれば

$$dG \leq 0$$

であることを示せ．また，平衡状態のときに

$$dG = 0$$

であることを示せ.

（問３）　一種類の理想気体が入った容器を考える．容器の中を一定の温度と圧力の状態に保ったところ，気体の一部は液体に相変化して平衡状態となった．気体，液体状態における単位質量あたりのギブスの自由エネルギーg_{G} [J/kg], g_{L} [J/kg]は，それぞれ温度と圧力を変数とする熱力学的関数である．平衡状態のとき

$$g_{\mathrm{G}} = g_{\mathrm{L}}$$

が成り立つことを示せ．次に，平衡状態における温度と圧力の関係

$$\frac{dp}{dT} = \frac{q}{T\,(v_{\mathrm{G}} - v_{\mathrm{L}})}$$

を導け．ここで，q [J/kg]は単位質量あたりの気化熱，v_{G} [m^3/kg]，v_{L} [m^3/kg]は気体，液体状態における単位質量あたりの体積を表す．導出には以下の関係式を用いてよい.

$$\left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}}{\partial T}\right)_p = -s_{\mathrm{i}}\ ,\quad \left(\frac{\partial g_{\mathrm{i}}}{\partial p}\right)_T = v_{\mathrm{i}} \qquad (\mathrm{i} = \mathrm{G\ or\ L})$$

s_{G} [J/(kg K)]，s_{L} [J/(kg K)]は気体，液体状態における単位質量あたりのエントロピーである.

（問４）　（問３）の系において，圧力 p_{vap} [Pa]におけるこの物質（分子量 M）の沸点は T_{vap} [K]で, 単位質量あたりの気化熱は q_{vap} [J/kg]であった. このときの $\dfrac{dp}{dT}$ を p_{vap}, T_{vap}，q_{vap}，R，M で表せ．液体の体積は同じ質量の気体の体積に比べ小さく，無視してよい.

（問５）　水（液体）と空気（気体）が 質量比 β: $1-\beta$で入った容器を考える．容器の体積は V である．容器の中を温度 T，圧力 p で一定に保ったところ，空気は変化しなかったが，水（液体）は一部が蒸発し，水蒸気（気体）と水（液体）に分かれて平衡状態となった．空気と水蒸気は，それぞれ分子量 M_{air}，M_{vap} の理想気体とし，水蒸気（気体）と水（液体）の平衡状態については，水蒸気の圧力 p_{vap} に関し，p_{vap} は p より低く，かつ

$$p_{vap} = a\,T + b \qquad (a \text{ と } b \text{ は定数で，かつ } a > 0\ )$$

の関係式が成り立っているものとする.

このとき，容器内の空気と水蒸気のモル数を V，p，T，R，a，b で表せ.

また，容器の中の温度が下がると水（液体）の質量はどのように変化するか説明せよ.

（計算用紙）

（計算用紙）