東京大学大学院
新領域創成科学研究科
基盤科学研究系

受　験　番　号					

問題冊子にも受験番号を書きなさい。

先端エネルギー工学専攻

平成２９（２０１７）年度大学院入学試験問題

修士課程・博士後期課程共通

物　理　学

平成２８年８月２３日（火）

１３：３０～１６：３０（１８０分）

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子の総ページ数は 9 ページです。落丁，乱丁，印刷不鮮明な箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答には，必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
4. 問題は３題出題されます。２題選択して解答しなさい。
5. 解答用紙は計２枚配られます。解答する問題ごとに必ず１枚の解答用紙を使用しなさい。解答用紙に書ききれないときは，裏面にわたってもよい。
6. 解答は日本語または英語で記入しなさい。
7. 解答用紙上方の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入しなさい。問題冊子にも受験番号を記入しなさい。
8. 計算用紙は本冊子から切り離さないこと。
9. 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする。
10. 解答用紙および問題冊子は持ち帰ってはいけません。

（計算用紙）

第１問（物理学）

摩擦のある水平面に質点とみなせる物体A(質量m)を置き，質量の無視できるばね（ばね定数k）　を介して壁につないだ．ばねが自然長より長さa（$a > 0$）だけ伸びるように物体Aを移動し，時刻$t = 0$に静かに手を離した．物体Aは，振幅を減衰させながら，水平面上でN回　（$N > 2$）の往復運動を終えた時点で静止した．以下の問に答えよ．ただし，物体Aと水平面との間には静止摩擦係数μ_0，動摩擦係数μ（$\mu < \mu_0$）の摩擦力が働くものとする．空気の抵抗は無視する．重力加速度の大きさをgと記す．

（問１）　物体Aが動き始めるためのaの条件を記せ.

（問２）　物体Aが動き始めてから2回の往復運動を終えるまでに，ばねが伸縮した長さの時間変化をグラフに描け.

（問３）　物体AがN回の往復運動を終えた時点で静止するためのaの条件を記せ.

（問４）　物体Aが水平面に静止した時刻と，それまでの総移動距離を答えよ.

さらに，物体Aと同じ質量と摩擦係数をもつ物体Bを長さa　（$a > 0$）の紐を介して物体Aにつなぎ，図１のようにx軸を定める．ばねの長さが自然長になる時の物体Aの位置をx軸の原点とする．ばねが自然長より長さa　だけ伸びるように物体Bをx軸の正方向に移動し，時刻$t = 0$に静かに手を離した．すると，物体AとBは動き出し，しばらくした後に紐がたるみ，その後静止した．物体AとBがお互いにぶつかることはなかった．以下の問に答えよ．ただし，紐の質量は無視できるものとする.

（問５）　紐が最初にたるんだ時刻をt_1　（$t_1 > 0$）とする．このときのばねの自然長からの長さを答えよ.

（問６）　$\dfrac{6\mu mg}{k} = a$を満たす時，紐が最初にたるんだ時刻t_1と物体Bが静止した位置の座標を求めよ.

（問７）　$\dfrac{6\mu mg}{k} = a$を満たす時，物体Aが静止した位置の座標を求めよ.

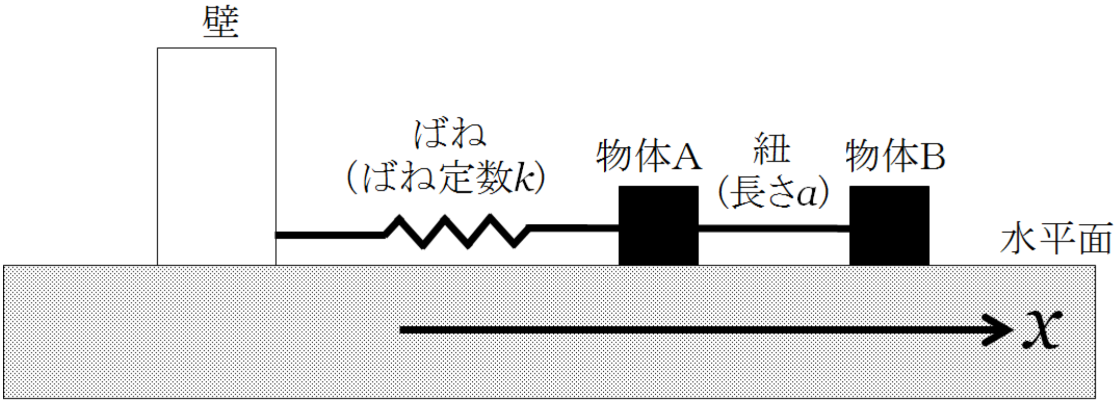

図 1

第２問（物理学）

電場を $\boldsymbol{E}$，磁場を $\boldsymbol{B}$ と表す．空間に存在する全ての電荷密度および電流密度を，それぞれ ρ および $\boldsymbol{J}$ で表現する．マックスウェルの方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B} + \nabla \times \boldsymbol{E} = 0, \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E} - \nabla \times \boldsymbol{B} = -\mu_0 \boldsymbol{J}, \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho \tag{4}$$

と書ける（SI 単位系を採用した）．ただし，μ_0 は真空透磁率，ϵ_0 は真空誘電率，$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ は光速を表す.

空間にデカルト座標 x, y, zを置き，それぞれの座標軸方向の単位ベクトルを $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z$ と表す．$z = 0$ におかれた境界で空間を分割し，$z < 0$ の領域を領域 I，$z > 0$ の領域を領域 II と呼ぶ．領域 I は真空，領域 II は導体が占めるとする．$\boldsymbol{E}$ および $\boldsymbol{B}$ は全空間で連続な関数と考えてよい．導体中の電流密度は以下の方程式で与えられるとする.

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{J} = \epsilon_0 \omega_p^2 \left[\boldsymbol{E} - \lambda^2 \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{E})\right]. \tag{5}$$

ただし ω_p および λ は正の定数である.

（問 1）式 (1), (3), (5) を一つの式に整理し, 領域 II において電場$\boldsymbol{E}$ が満たす式を導け.

（問 2）まず簡単な例として，領域 I に静電場

$$\boldsymbol{E}_\mathrm{s} = E_0\, \boldsymbol{e}_z$$

が与えられたとする．ただし E_0 は実定数である．$\boldsymbol{E}_\mathrm{s}$ と接続する領域 II 内の電場 $\boldsymbol{E}$ を求めよ．また領域 II 内の電荷密度ρ を求めよ.

（問 3）次の例として，領域 I に電磁場

$$\boldsymbol{E}_w = \left[a_1 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t)} + a_2 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(-kz-\omega t)}\right]\boldsymbol{e}_x\,,$$

$$\boldsymbol{B}_w = \frac{1}{c}\left[a_1 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kz-\omega t)} - a_2 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(-kz-\omega t)}\right]\boldsymbol{e}_y$$

が与えられたとする．ω は角周波数を表す正の定数，$k = \omega/c$ は波数，a_1 は複素定数，a_2 は未知の複素定数である．係数 a_1 が掛かった項は，z が正の方向へ伝播する電磁波を表す．これを入射波と考える．係数 a_2 が掛かった項は，界面 $z = 0$ で反射されて反対方向へ伝播する反射波を表す．$\boldsymbol{E}_w$ および $\boldsymbol{B}_w$ と接続する領域 II 内の電磁場$\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B}$ を求めよ．同時に反射波の複素振幅 a_2 を決定せよ.

第３問（物理学）

図１に示すような断熱の外壁で囲まれた容器を考える．内部は仕切り壁によって二つに分けられており，その中に理想気体を封入する．この系について以下の問に答えよ．

（問１）　仕切り壁を断熱とし，容器の中央で固定する．仕切り壁の左側には気体 A（圧力 P_{A0}，温度 T_{A0}，質量 m，単位質量あたりの定容比熱 C_{VA}，比熱比γ）を封入し，右側は真空とした．ある時刻に仕切り壁を瞬間的に取り去り，気体 A が断熱自由膨張した．平衡に達したときの気体の温度，及びこの過程におけるエントロピ変化量を求めよ．

次に，仕切り壁をある位置に固定し，その左に気体 A，右に気体 B を質量 m ずつ封入した．各気体の初期状態の温度を T_{A0}，T_{B0}，圧力を P_{A0}，P_{B0}，単位質量あたりの定容比熱を C_{VA}，C_{VB} とし，比熱比はいずれもγとする．以下の問に答えよ．

（問２）　初期状態における気体 A,B の体積比（V_{A0} / V_{B0}）を求めよ．

（問３）　仕切り壁は瞬間的に熱を伝え，外壁に固定されているものとする．$T_{A0} > T_{B0}$ であるとし，平衡状態になったときの各気体の温度及び初期状態からのエントロピ変化量を求めよ．

（問４）　仕切り壁は瞬間的に熱を伝え，かつ左右に滑らかに動く可動壁とする．初期状態では $T_{A0} = T_{B0} = T_0$ かつ $P_{A0} > P_{B0}$ であるとし，仕切り壁は外壁に固定されている．ある時刻に固定をはずしたところ，系全体の温度を均一に保ちつつ仕切り壁が移動した．充分な時間が経ち平衡状態になったとき，初期状態に対して系全体のエントロピは増大することを示せ.

（問５）　仕切り壁は断熱，かつ左右に滑らかに動く可動壁とする．初期状態では $P_{A0} > P_{B0}$ であるとし，仕切り壁は外壁に固定されている．ある時刻に固定をはずし，準静的に仕切り壁を動かした．平衡状態になったときの各気体の圧力を求めよ．また，準静的に壁を動かすにはどのようにすればよいか述べよ．

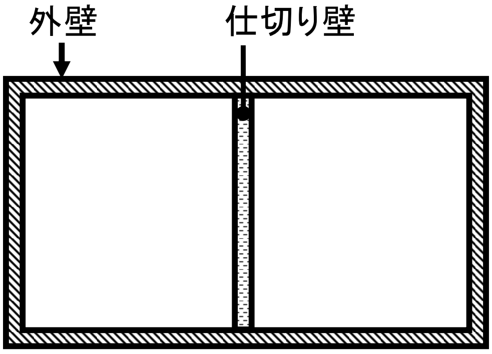

図 1

（計算用紙）

（計算用紙）