

東京大学大学院
新領域創成科学研究科
基盤科学研究系

受 験 番 号					

問題冊子にも受験番号を書きなさい。

先端エネルギー工学専攻
平成31（2019）年度大学院入学試験問題
修士課程・博士後期課程共通
物 理 学

平成30年8月21日（火）

13：30～16：30（180分）

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子の総ページ数は10ページです。落丁、乱丁、印刷不鮮明な箇所などがあつた場合には申し出ること。
3. 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
4. 問題は3題出題されます。2題選択して解答しなさい。
5. 解答用紙は計2枚配られます。解答する問題ごとに必ず1枚の解答用紙を使用しなさい。解答用紙に書ききれないときは、裏面にわたってもよい。
6. 解答は日本語または英語で記入しなさい。
7. 解答用紙上方の指定された箇所に、受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入しなさい。問題冊子にも受験番号を記入しなさい。
8. 計算用紙は本冊子から切り離さないこと。
9. 解答に関係のない記号、符号などを記入した答案は無効とする。
10. 解答用紙および問題冊子は持ち帰ってはいけません。

(計算用紙)

第1問 (物理学)

水平な平板上における質点および剛体の運動について以下の問に答えよ。壁は平板に対して垂直に立っているものとする。空気の抵抗は無視する。重力加速度は g とし、角度にはラジアンを用いる。

(問1) 平板上を等速直線運動している質点がある。図1に示すように、質点の前に θ_w ($0 < \theta_w \leq \pi/2$) の角度で平面の壁がある。やがて、質点はこの壁と衝突して反射し、角度 θ_r の方向に等速直線運動をする。質点と平板の間の摩擦力は無視せよ。質点と壁の間の反発係数を e ($0 \leq e \leq 1$) としたとき、 θ_r および衝突前に対する衝突後の質点の運動エネルギーの比 r_{KE} を e と θ_w で表せ。衝突の際、壁に対して接線方向の速度成分は変化しないものとする。

(問2) (問1) の壁を取り去り、半径 R の円柱形状の壁を設置した。図2のように平板上で円柱の中心を通る x 軸を定義する。最初に、質点が x 軸の正の方向に円柱壁に向かって等速直線運動しているとする。このとき、質点と x 軸の距離は h ($0 \leq h < R$) である。やがて、質点は円柱壁と衝突して反射し、角度 θ_c の方向に等速直線運動をする。質点と平板の間の摩擦力は無視し、衝突は完全弾性衝突であるとしたとき、 h と θ_c の関係式を求めよ。また、 h を横軸にとり、 θ_c の変化の概形をグラフに表せ。

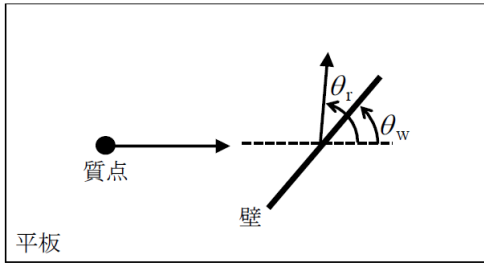
(問3) (問2) において、質点の速度が衝突後も x 軸正方向の成分を持つための h に関する条件を求めよ。さらに、 h が $0 \leq h < R$ の範囲でランダムに変化するようにして質点を円柱壁に計 100 回衝突させた。質点の速度が衝突後も x 軸正方向の成分を持つ回数の期待値を四捨五入して整数で答えよ。

次に、図3に示す平板上を運動する剛体球と壁との衝突について考える。

(問4) 密度が均一である半径 a 、質量 m の剛体球について、重心を通る軸まわりの慣性モーメントは $\frac{2}{5}ma^2$ であることを慣性モーメントの定義を示してから導け。

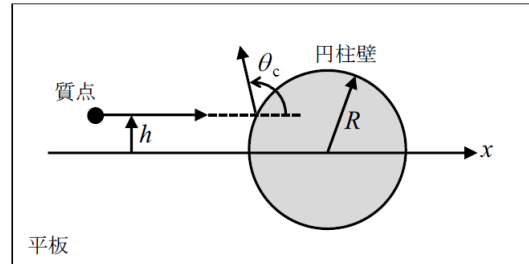
(問5) (問4) の剛体球が平板上をすべることなく重心の速度が v_1 ($v_1 > 0$) で等速直線運動をしている。その前方には平面の壁があり、剛体球は図3に示すように壁と正面衝突をした。その際に、剛体球には壁から法線方向にのみ力積 P ($P > mv_1$) が加えられた。重心の速度 v と回転角速度 ω は図3に示す向きを正にとるものとして、衝突直後の球の重心の速度 v_2 と回転角速度 ω_2 を a 、 v_1 、 m 、 P を用いて表せ。つぎに、衝突後の剛体球の運動を表す方程式を書け。その際に、用いた変数の定義を示すこと。ただし、剛体球が平板上をすべって運動するとき、すべり摩擦係数を μ ($\mu > 0$) とし、摩擦力 μmg が剛体球に働き、すべりのない転がり運動では摩擦力は働かないものとする。

(問6) (問5)で衝突後、剛体球は平板上をすべりながら運動するが、すべり摩擦力が働くため、その運動は、やがて、すべり運動から転がり運動へと変化する。衝突からすべりがなくなるまでの時間 t を μ, m, g, P で表せ。また、転がり運動に移行した後の重心の速度 v_{ns} を P, m, v_1 で表せ。



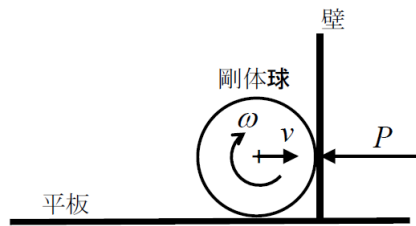
(上から見た図)

図1



(上から見た図)

図2



(横から見た図)

図3

第2問 (物理学)

図1のように z 軸方向の一様な磁場中に、 x 軸を中心軸として回転できる長方形コイルが置かれている。磁場の磁束密度を B 、コイルの回転軸方向の長さを a 、回転軸に垂直な方向の長さを b とする。 y 軸とコイルのなす角度を θ とする。端子 P_1, P_2 に電流源を接続し、コイルの $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ の方向に電流 I を流した。コイルの巻線抵抗は R 、回転軸まわりの慣性モーメントは J であった。ただし、端子間の距離は無視できるほど小さいものとする。また、端子と電流源間の導線の影響は無視し、コイルの電流 I がつくる磁場による一様磁場への影響も無視する。以下の問に答えよ。

(問1) 回転軸まわりの発生トルク (回転モーメント) τ_e を求めよ。

(問2) コイルが角度 θ において角速度 ω で回転している。端子 P_1, P_2 間の電圧を求めよ。

時刻 $t = 0$ においてコイルが初期角度 $\theta = \pi/2$ 、初期角速度 $\omega_0 (> 0)$ で回転している。コイルに電流 $I = -I_0 (< 0)$ を流すと回転が減速し、時刻 t_1 で回転角速度が 0 となった。コイルは軸から大きさ D の一定摩擦トルクを受ける。以下、この回転運動において θ の変化は小さく、 $0 \leq t \leq t_1$ において $\sin \theta \approx 1$ と近似できるものとする。

(問3) コイルの回転運動方程式を解き、 t_1 を求めよ。

(問4) $t = 0$ から t_1 の間に電流源にもどる (回生される) エネルギー E_r を求めよ。

(問5) このエネルギー E_r を最大化させる電流値 I_0 を求めよ。また、 E_r が最大値をもつ理由を物理的に考察せよ。

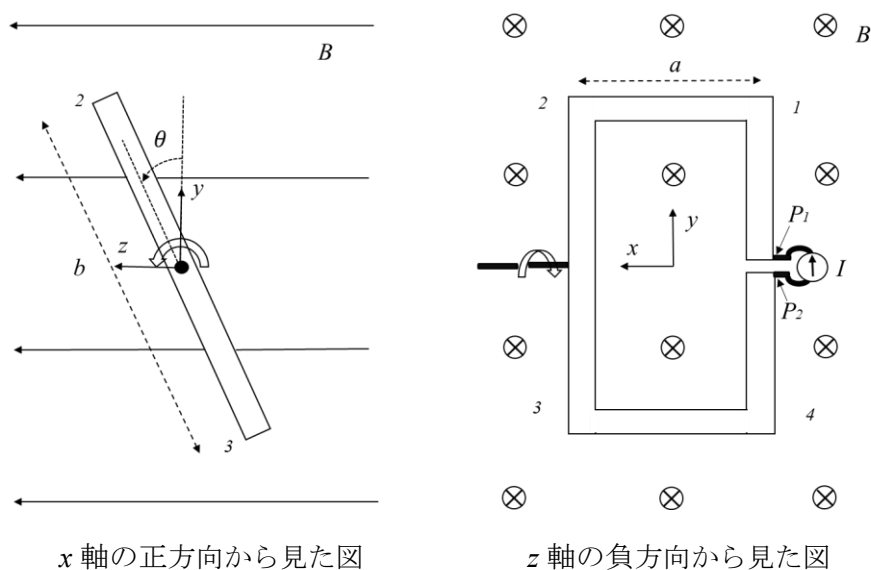


図1

第3問 (物理学)

図1のように、気体の流入と流出を伴う開いた系において、羽根車を使って気体を圧縮する場合について考える。この系は、気体の流入、圧縮、流出の三つの部分で構成されることができる。流れている気体の単位質量あたりの状態変化について、以下の問に答えよ。ただし、 γ : 比熱比、 C_v : 単位質量あたりの定積比熱、 C_p : 単位質量あたりの定圧比熱、この系の入口における圧力と温度をそれぞれ P_1 , T_1 とする。また、気体は理想気体の状態方程式にしたがって準静的に状態変化し、気体の物性値は状態によらず一定であるとする。

(問1) まず、図2に示すように、破線で囲まれた空間に外部から気体が流入する部分のみについて考える。流入する気体は、元々空間内にあった気体に対して仕事をする。この間、流入する気体の圧力が P , 単位質量あたりの気体の体積が V で一定であるとした場合、単位質量あたりの気体が流入する際に行う仕事量は $P V$ となることを示せ。

(問2) 単位質量あたりの気体を断熱圧縮する際に必要となる仕事は、シリンダーのような閉じた系では $W = C_v \Delta T$ (ΔT : 断熱圧縮に伴う温度変化) であることを示せ。次に、図1における圧縮の部分で断熱圧縮が行われる場合を、開いた系での断熱圧縮と呼ぶこととする。開いた系における、単位質量あたりの気体の断熱圧縮に必要な仕事は $W = C_p \Delta T$ であることを示せ。ただし、系の入口と出口における気体の運動エネルギー及び位置エネルギーの差は無視できるものとする。なお、必要に応じて $H = U + P V$ (H : エンタルピー, U : 内部エネルギー, P : 圧力, V : 体積) の関係を使ってよい。

(問3) 図1において、圧縮前後の圧力比が π_0 となるように断熱圧縮した。このとき、必要とする仕事量を求めよ。

(問4) 図1において、圧力比が π_0 となるように断熱圧縮しようとしたところ、圧縮の過程で気体と羽根車の間に摩擦が生じて熱量 Q が発生し、これが気体に加わった結果、系の出口における圧力が $\pi_0 P_1$, 温度が T_h となった。このときの断熱効率 (理想的な断熱圧縮に必要な仕事と実際に要した仕事の比) を示せ。また、温度変化とエントロピー変化が比例関係である ($\Delta T \propto \Delta S$, T : 温度, S : エントロピー) と近似できる場合、この過程におけるエントロピー変化量を求めよ。

(問5) 図3のように、断熱圧縮過程を二つに分け、最初の圧縮 (圧力比 π_1) の後に、初期温度 T_1 まで等圧冷却した後、残りの圧縮 (圧力比 $\frac{\pi_0}{\pi_1}$) を行った。この過程の T (温度) - S (エントロピー) 線図を描け。

(問6) (問5) の過程全体で気体を受ける仕事量が最小となる π_1 と、その時の仕事量を求めよ。

(問7) 断熱圧縮→等圧加熱→断熱膨張→等圧冷却で構成される閉じた熱サイクルについて考える。この熱サイクルの最高圧力と最低圧力の比は π_0 である。それぞれの過程は開いた系であり、四つの過程がつながって、閉じた熱サイクルが構成されている。この熱サイクルの断熱圧縮過程を(問6)で求めた過程に置き換えた場合の熱サイクルの熱効率を求めよ。ただし、この熱サイクルの最高温度と最低温度の比を τ とする。

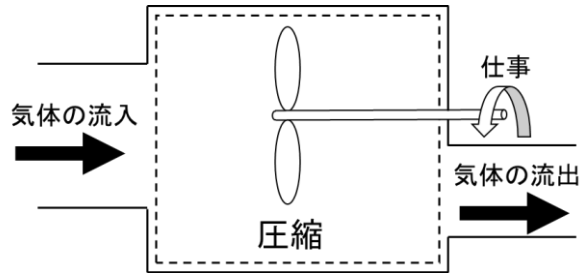


図1

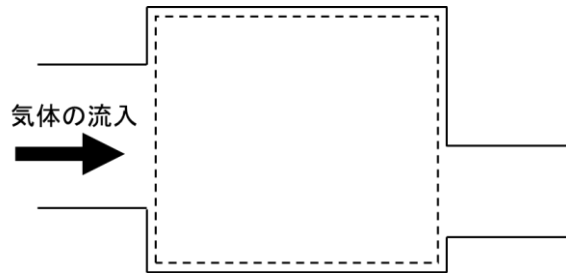


図2

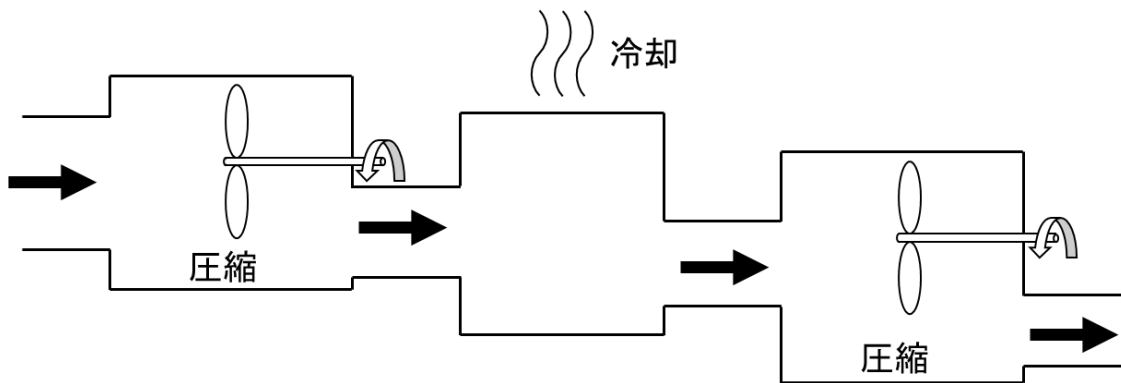


図3

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)